

Ministerul Educației al Republicii Moldova
Universitatea de Stat „Alec Russo” din Bălți

Facultatea de Științe Reale, Economice și ale Mediului

Catedra de Matematică și Informatică

Curriculum

pentru unitatea de curs

GEOMETRIE DIFERENȚIALĂ și TOPOLOGIE

Studii cu frecvență la zi

Bălți, 2014

Curriculum-ul pentru unitatea de curs *Geometrie diferențială și topologie* a fost discutat la
ședința Catedrei de Matematică și Informatică,
procesul verbal nr. 12 din 30.05.2014

Șeful Catedrei
conf. univ., dr. Eugeniu Plohotniuc _____

Curriculum-ul pentru unitatea de curs *Geometrie diferențială și topologie* a fost aprobat la
ședința Consiliului Facultății de Științe Reale, Economice și ale Mediului,
procesul verbal nr. 9 din 19.06.2014

Decanul Facultății
prof. univ., dr. hab. Pavel Topală _____

Informații de identificare a cursului

Facultatea: Facultatea de Științe Reale, Economice și ale Mediului

Catedra: Catedra de Matematică și Informatică

Domeniul general de studiu: 14 Științe ale Educației

Domeniul de formare profesională: 141 Educație și formarea profesorilor

Denumirea specializării: 141.01 Matematica și 141.02 Informatica, ciclul I, studii superioare de licență

Administrarea unității de curs:

Codul unității de curs	Credite ECTS	Total ore	Repartizarea orelor				Forma de evaluare	Limba de predare
			Prel.	Sem.	Lab.	l.ind.		
S1.06.O.056	4	120	45	30	-	45	Examen	română, rusă

Anul de studiu și semestrul în care se studiază disciplina: anul III, semestrul VI

Regimul disciplinei (obligatorie/opțională/la liberă alegere): obligatorie

Categoria formativă: unitate de curs de formare a competențelor la specialitatea 1 (Matematica).

Informații referitoare la cadrul didactic

Titularul cursului – Ina Ciobanu, doctor în științe fizico-matematice, conferențiar universitar interimar la Catedra de Matematică și Informatică, absolventa Universității de Stat „Alecu Russo” din Bălți, specializarea Matematica și Informatica, anul 1999.

Sediul: catedra de Matematica și Informatica, bl. I, aula 145, tel. 0231 52 488.

e-mail: viorelina@yahoo.com



Integrarea cursului în programul de studii

Geometria diferențială studiază obiectele geometrice folosind metodele analizei matematice. Topologia, însă, studiază proprietățile obiectelor geometrice și mai generale decât cele geometrice, ce sunt invariante în raport cu aplicațiile bijective, continue în ambele părți, numite omeomorfisme.

Unitatea de curs „Geometrie diferențială și topologie” este o componentă fundamentală în programul de studii al profilului dat. Cursul se bazează pe cunoștințele și aptitudinile dobândite anterior în cadrul studierii disciplinelor: „Geometria analitică” (algebra vectorială, drepte și plane, curbe și suprafețe de ordinul doi), „Analiza matematică” (calculul diferențial al funcțiilor de o singură și mai multe variabile, integrare, bazele teoriei mulțimilor), „Algebra superioară” și „Algebra liniară” (spații vectoriale, formele pătratice, operatori liniari). „Geometrie diferențială și topologie” este o disciplină matematică clasică, care are aplicații vaste în diferite ramuri ale matematicii, mecanicii, fizicii, geometriei contemporane. Cunoștințele obținute în cadrul studierii unității de curs „Geometrie diferențială și topologie” sunt de bază pentru studierea ulterioară a diferitor cursuri fizico-matematice, de exemplu, geometria Riemann, analiza tenzorială, analiza funcțională, teoria relativității, etc.

Scopul disciplinei este: dezvoltarea deprinderilor de a lucra cu curbe și suprafețe, folosind calculul diferențial al vector-funcțiilor; dezvoltarea abilităților de a lucra cu spațiile topologice și aplicațiile lor continue; formarea cunoștințelor profunde la geometrie diferențială și topologie, necesare pentru rezolvarea problemelor ce apar în activitatea practică; dezvoltarea gândirii logice și culturii matematice; formarea nivelului necesar de pregătire geometrică pentru înțelegerea altor discipline matematice aplicate.

Competențe prealabile

Cursurile studiate în prealabil sunt: geometria analitică, algebră superioară și analiză matematică pe $\mathbb{R}$. Competențe prealabile vor fi:

- cunoașterea reprezentărilor analitice ale drepte și ale planului în spațiu,
- calculul determinanților,
- calculul derivatelor și al integralelor.

Competențe dezvoltate în cadrul cursului

i. Competențe cognitive:

- de descriere a obiectului de studiu al disciplinei „Geometrie diferențială și topologie”;
- de cunoaștere și interpretare a noțiunilor (din Geometrie diferențială) de: vector-funcție, curbă elementară, curbă simplă, curbă generală, curbă regulată, tangentă la o curbă, plan osculator, tangența curbelor, înfășurătoare a unei familii de curbe ce depind de un parametru, linie frântă regulat înscrisă în curbă, lungime a arcului de curbă, parametrizare naturală, curbura a unei linii într-un punct, torsiune absolută a curbei într-un punct, ecuațiile naturale ale curbei, suprafață elementară, suprafață simplă, suprafață generală, plan tangent la o suprafață într-un punct, tangentă a curbei cu suprafață, prima formă pătratică a suprafeței și aplicațiile ei, a doua formă pătratică a suprafeței și aplicațiile ei;
- de cunoaștere și interpretare a noțiunilor (din Topologie) de: mulțimi echivalente, mulțimi numerabile și nenumerabile, putere a unei mulțimi, topologie, spațiu topologic, mulțimi deschise, mulțimi închise, punct de limită, închidere a unei mulțimi, proprietățile închiderii, interiorul unei mulțimi, proprietățile interiorului, frontieră, baza spațiului topologic, axiomele numerabilității, mulțime conexă, componentă, axiomele de separare;
- de dezvoltare a metodei de calcul al curburii unei linii într-un punct;
- de înțelegere a metodei de calcul al torsiunii absolute a curbei într-un punct;
- de cunoaștere a metodelor de calcul al primei forme pătratice a suprafeței și aplicațiilor ei;
- de cunoaștere a metodelor de calcul al formei a doua pătratică a suprafeței și aplicațiilor ei;
- de dezvoltare a metodei de construire a topologiilor unui spațiu;
- de descriere a metodei de construire a bazei unui spațiu topologic.

ii. Competențe de aplicare:

- de deosebire a curbelor simple, curbelor elementare, curbelor generale;
- de deducere și aplicare a formulelor Frenet;
- de deosebire a suprafețelor simple, suprafețelor elementare, suprafețelor generale;

- de descriere a proprietăților închiderii unei mulțimi;
- de aplicare a metodei de calcul al ordinului de tangență a două curbe într-un punct;
- de aplicare a metodei de calcul al torsiunii absolute a curbei într-un punct;
- de soluționare a problemei prin metoda de calcul al înfășurătoarei unei familii de curbe ce depind de parametru;
- de soluționare a problemei prin metoda de calcul al torsiunii absolute a curbei într-un punct;
- de aplicare a metodelor de calcul al primei forme pătratice a suprafeței și aplicațiilor ei;
- de aplicare a metodelor de calcul al forme a doua pătratice a suprafeței și aplicațiilor ei;
- de exemplificare a metodei de construire a diferitor tipuri de topologii pe un spațiu;
- de comparare a metodelor de rezolvare a problemelor din diferite compartimente ale disciplinei;
- de identificare a problemelor de cercetare care pot fi soluționate cu ajutorul metodelor acestui curs;
- de transfer al cunoștințelor teoretice dobândite în cadrul studierii cursului în diverse domenii ale activității profesionale;
- de propunere a procedeeleor, metodelor, tehnicilor aplicate în cadrul unității de curs „Geometrie diferențială și topologie” pentru rezolvarea adecvată a unor probleme din alte domenii.

iii. Competențe de analiză și predicție:

- de explicare a conținuturilor teoretice ale disciplinei;
- de descriere a proprietăților închiderii unei mulțimi;
- de interpretare a metodelor de demonstrație a celor mai importante teoreme ale cursului;
- de explicare a celor mai importante formule ale cursului;
- de navigare în problematica unității de curs;
- de evidențiere a aspectelor principale în demonstrații;
- de prezentare a cunoștințelor matematice în formă de probleme;
- de formulare a ipotezelor, de determinare a traseului de rezolvare a problemelor corespunzătoare;
- de prezentare riguroasă a cunoștințelor matematice în formă orală.

iv. Competențe de comunicare:

- de explicare în limba maternă într-o manieră clară și precisă, oral și în scris, a conținuturilor teoretice de bază ale unității date de curs;
- de descriere a tehnicilor specifice disciplinei.

v. Competențe atitudinale:

- de manifestare a unei atitudini pozitive față de știința matematică;
- de dezvoltare a abilităților de a gândi logic;
- de incitare pentru o abordare multidisciplinară a fenomenelor sociale;
- de abilitate de a aprecia diversitatea și complexitatea problemelor de geometrie diferențială și topologie;

- de valorificare optimă și creativă a propriului potențial în activitățile științifice;
- de promovare a unui sistem de valori culturale, morale și etice.

vi. Competențe de învățare:

- de formulare a obiectivelor cognitive și de alegere a căilor de atingere a lor, aplicând diverse operații mintale așa ca observația, comparația, generalizarea, analiza și sinteza, inducția și deducția, analogia, modelarea etc.

Finalitățile cursului

La finele studierii unității de curs „Geometrie diferențială și topologie” studentul va fi capabil:

- să cunoască: noțiunile fundamentale ale geometriei diferențiale și topologiei, definițiile și proprietățile obiectelor matematice din domeniul dat, formulările afirmațiilor, metodele de demonstrație ale acestora, domeniile posibile de aplicare ale obiectelor matematice studiate;
- să rezolve diferite probleme de calcul și cu caracter teoretic din domeniul geometriei diferențiale și topologiei;
- să demonstreze cele mai importante teoreme ale cursului;
- să posede: aparatul matematic al geometriei diferențiale și topologiei, metodele diferențial-geometrice de cercetare a obiectelor geometrice și metodele teoriei mulțimilor de studiere a obiectelor topologice.

Conținuturi

Nr d/r	Denumirea modulului/unității de conținut/temei	Numărul de ore		
		C	S	I
Modulul I. GEOMETRIE DIFERENȚIALĂ				
	INTRODUCERE			
1.	Obiectele de studiu ale geometriei diferențiale și topologiei. Funcția vectorială de argument scalar.	2	1	1
	Unitatea de conținut I. TEORIA CURBELOR			
2.	Curbă simplă. Curbă elementară. Curbă generală. Curba regulată. Metode de definire analitică ai curbelor.	1	-	2
3.	Tangenta, normala, planul normal la o curbă. Planul osculator al curbei.	3	1	1
4.	Tangența curbelor. Înfășurătoarea unei familii de curbe, ce depind de un parametru.	2	3	
5.	Lungimea arcului de curbă. Parametrizarea naturală.	2	1	1
6.	Curbura curbei. Formule de calcul. Torsiunea curbei. Formule de calcul.	3	3	3
7.	Formule Serret-Frenet. Ecuațiile naturale ale curbei.	1	2	1
8.	EVALUAREA SUMATIVĂ nr. 1		2	4

Nr d/r	Denumirea modulului/unității de conținut/temei	Numărul de ore		
		C	S	I
	Unitatea de conținut II. TEORIA SUPRAFETELOR			
9.	Suprafață elementară. Suprafață simplă. Suprafață generală. Suprafață regulată. Definirea analitică a suprafeței.	1	-	1
10.	Planul tangent și normala la o suprafață.	2	1	2
11.	Lema despre distanța de la punct la suprafață. Tangența curbei cu suprafață. Paraboloidul osculator. Clasificarea punctelor pe suprafață.	2	-	1
12.	Prima formă pătratică și aplicațiile ei.	4	3	4
13.	A doua formă pătratică și aplicațiile ei.	4	1	4
14.	EVALUAREA SUMATIVĂ nr. 2		2	3
Modulul II. TOPOLOGIE				
	Unitatea de conținut III. Datele de bază din teoria mulțimilor			
15.	Noțiune de mulțime. Submulțimi. Operații cu mulțimi. Noțiune de funcție. Funcții injective, surjective, bijective.	1	-	1
16.	Relație binară. Relație de ordine. Relație de echivalență. Familie de elemente, familie de mulțimi. Mulțimi echivalente. Puterea mulțimii.	4	1	2
17.	Mulțimi numărabile. Mulțimi de puterea continuumului. Operații cu numere cardinale.	2	1	1
18.	EVALUAREA SUMATIVĂ nr. 3		1	3
	Unitatea de conținut IV. Spații topologice			
17.	Noțiune de spațiu topologic. Exemple.	2	1	2
	Baza spațiului topologic. Axiomele numărabilității.	2	1	1
18.	Mulțime închisă. Închiderea unei mulțimi. Interiorul unei mulțimi. Frontiera unei mulțimi	4	2	2
19.	Axiomele de separare.	3	1	2
20.	EVALUAREA SUMATIVĂ nr. 4		2	3
	TOTAL	45	30	45

Activități de lucru individual

Activitatea individuală a studentului este o componentă obligatorie a activității de instruire. În cadrul studierii unității de curs „Geometrie diferențială și topologie”, studenților li se propun o serie de teme și probleme care urmează a fi studiate și soluționate independent. Însărcinările pentru lucrul individual sunt lansate în cadrul prelegerilor. Setul de probleme, propuse pentru lucrul individual, va fi scris într-un caiet și va fi însoțit de rezolvările detaliate și explicațiile necesare. Se recomandă de a prezenta regulat pe parcursul semestrului caietul pentru verificare. Nota pentru lucrul efectuat se va da la sfârșitul semestrului.

Frecvența la seminar, participarea activă la discuțiile lansate, stăpânirea tehnicilor și metodelor specifice geometriei diferențiale și topologiei la un nivel satisfăcător îi va garanta studentului posibilitatea de a realiza sarcinile propuse la evaluare sumativă și evaluarea finală.

Lucrul asupra sarcinilor individuale va fi ghidat de către titularul de curs, care va acorda săptămânal consultații.

Evaluare

Pe parcursul studierii unității de curs „Geometrie diferențială și topologie” studentul va susține 4 evaluări sumative. Aceste teste conțin atât întrebări cu caracter teoretic, cât și însărcinări practice. Tematica lucrărilor de control este următoarea:

- Geometrie diferențială (2 evaluări),
- Topologie (2 evaluări).

În cazul în care studentul lipsește motivat la una din testări, după reîncadrarea lui în procesul de studii, timp de o săptămână, urmează a fi programată și ulterior realizată testarea suplimentară.

La ultima lecție a fiecărei luni, studentul prezintă la control lucrul independent asupra sarcinilor propuse la orele de curs. La finele studierii unității de curs, lucrul independent este notat.

Din cele 5 note acordate studentului se calculează nota medie (media aritmetică).

Evaluarea finală se realizează sub forma unui examen scris. Testul final conține întrebări teoretice și însărcinări practice, care cuprind întreg materialul studiat. Durata examenului este de 3 ore academice. Nota finală se calculează conform formulei:

$$\text{Nota finală} = 0,6 \times \text{nota medie} + 0,4 \times \text{nota de la examen.}$$

(Toate componentele din formula dată sunt ≥ 5 .)

Resurse informaționale ale cursului

Bibliografia obligatorie:

1. ПОГОРЕЛОВ, А.В. Дифференциальная геометрия., М.: Наука, 1974 (sau alte ediții).
2. НОРДЕН, А.П. Краткий курс дифференциальной геометрии, М.: Физматгиз, 1958 (sau alte ediții).
3. FINIKOV, S.P. Curs de geometrie diferențială. (Traducere din limba rusă), Ed. Tehnică, București, 1954.
4. Сборник задач и упражнений по дифференциальной геометрии (под ред. Воднева В.Т.) – Минск: Изд. "Высшая школа". – 1970.
5. CALMUȚCHI, L., CIOBANU, M. Probleme de geometrie diferențială, Chișinău, 2002.
6. ЭНГЕЛЬКИНГ, Р. Общая топология, М. : Мир, 1986.
7. КЕЛЛИ, Дж. Общая топология, М.: Наука, 1968.
8. РАШЕВСКИЙ, П.К. Курс дифференциальной геометрии, М.: URSS, 2008 (sau alte ediții).
9. МИЩЕНКО, А.С., ФОМЕНКО, А.Т. Краткий курс дифференциальной геометрии и топологии, М.: Физматлит, 2004 (sau alte ediții).
10. АЛЕКСАНДРОВ, П.С. Введение в теорию множеств и общую топологию. М.: «Наука», 1976 (sau alte ediții).

Bibliografia opțională:

1. ДУБРОВИН, Б.А., НОВИКОВ, С.П., ФОМЕНКО, А.Т. Современная геометрия, М. URSS, 2001.
2. ПОЗНЯК, Э.Г., ШИКИН, Е.В. Дифференциальная геометрия. М. URSS, 2003.
3. РАШЕВСКИЙ, П.К. Риманова геометрия и тензорный анализ, М., URSS, 2010 (sau alte ediții).
4. БОРИСОВИЧ, Ю.Г. и др. Введение в топологию. М.: «Высшая школа». 1980.