

**Ministerul Educației al Republicii Moldova
Universitatea de Stat “Alec Russo” din Bălți**

Facultatea de Științe Reale

Catedra de matematică

Curricula

la unitatea de curs

Ecuatii cu derivate parțiale

Autor: lect. sup. Gaștoi Natalia

Discutată la ședința catedrei de matematică
procesul verbal nr. 1 din 29.08.2011

Aprobată la ședința Consiliului
Facultății de Științe Reale
procesul verbal nr. 2 din 28.09.2011

Bălți, 2011

I. Descrierea unității de curs.

- a) Denumirea unității de curs:** Ecuații cu derivate parțiale.
- b) Codul disciplinei în planul de învățământ:** M.07.A.059.
- c) Anul de studiu și semestrul în care se studiază unitatea de curs:** anul IV, semestrul VII.
- d) Regimul disciplinei (obligatorie/opțională/la liberă alegere):** opțională
- e) Categoria formativă (fundamentală F/de specializare (S1 sau S2)/ de orientare către un alt domeniu la ciclul II, masterat M):** de orientare către domeniul general de studiu 44. Științe exacte, domeniul de formare profesională 443. Matematica.
- f) Cursurile care trebuie studiate în prealabil:** Analiza matematică, Algebra, Geometria analitică, Ecuații diferențiale, Analiza complexă, Fizica generală (cursul liceal).
- g) Forma de evaluare finală:** Examen scris.
- h) Catedra responsabilă:** Catedra de matematică.
- i) Titularul disciplinei:** lect. sup. Gașitoi Natalia.
- j) Extinderea disciplinei în planul de învățământ:**

Curs	Seminar	Laborator	Teză	Stud.ind.	Total	Credite
36	36	-	-	48	120	4

k) Obiectivele unității de curs exprimate în finalități de studiu și competențe:

Cursul "Ecuații cu derivate parțiale" este o disciplină opțională de orientare către domeniul general de studiu 44. Științe exacte, domeniul de formare profesională 443. Matematica la ciclul II, masterat care se propune și se predă studenților anului IV, specializarea "Matematică și Informatică". În cadrul acestui curs realizările principale se obțin prin îmbinarea procedeelor proprii cu procedeele specifice altor discipline: analiza matematică, algebra superioară, geometria analitică, ecuații diferențiale, analiza complexă, fizica. Scopul principal de studiere a disciplinei este de a-i familiariza pe studenți cu unele tipuri de ecuații diferențiale cu derivate parțiale, de a le dezvolta competența de aplicare în practică a metodelor de cercetare și rezolvare a problemelor de bază pentru ecuațiile clasice ale fizicii matematice.

Obiectivul unității de curs *Ecuații cu derivate parțiale* este de a crea următoarele competențe generale și competențe specifice disciplinei:

Competențe generale:

i. Competențe instrumentale:

- Capacitatea de analiză și sinteză
- Capacitatea de organizare și planificare a activității de cercetare

- Cunoștințe generale de bază în domeniul matematicii
- Comunicare scrisă și orală în limba română
- Cunoașterea unei limbi străine
- Abilități elementare de operare pe PC
- Abilități privind managementul informației
- Capacitatea de a soluționa probleme
- Capacitatea de a lua decizii

ii. **Competențe interpersonale:**

- Capacitatea de evaluare și autoevaluare
- Capacitatea de a lucra în echipă
- Abilitatea de a colabora cu specialiști din alte domenii
- Capacitatea de a avea un comportament etic

iii. **Competențe sistemice:**

- Capacitatea de a transpune în practică cunoștințele dobândite
- Abilități de cercetare
- Capacitatea de a învăța
- Creativitate
- Abilitatea de a lucra independent
- Capacitatea de a concepe proiecte și de a le derula
- Voința de a reuși

Competențe specifice disciplinei:

i. **Cunoaștere și înțelegere:**

- cunoașterea și clasificarea ecuațiilor cu derivate parțiale;
- cunoașterea ecuațiilor de bază ale fizicii matematice, a problemelor la limită corespunzătoare și a metodelor de rezolvare ale lor;
- cunoașterea problemei lui Cauchy, teoremei lui S. Kovalevski;
- cunoașterea ecuației undelor și a formulei lui Poisson;
- cunoașterea problemelor la limită principale pentru ecuația conductibilității termice;
- cunoașterea funcțiilor armonice și a proprietăților lor de bază;
- cunoașterea și rezolvarea problemelor la limită de bază pentru ecuația lui Laplace;
- cunoașterea metodei lui Fourier de rezolvare a problemelor la limită;
- descrierea ecuațiilor de bază ale fizicii matematice.

ii. **Explicare și interpretare:**

- explicarea conținuturilor teoretice ale disciplinei
- descrierea claselor de ecuații diferențiale quasilineare cu derivate parțiale de ordinul doi cu două variabile independente;
- explicarea sensului fizic al formulei lui D' Alembert;
- dezvoltarea metodei schimbării de variabile (metoda lui Fourier);
- interpretarea proprietăților funcțiilor armonice;

- explicarea celor mai importante formule ale cursului;
- interpretarea metodelor de demonstrație a celor mai importante teoreme ale cursului.

iii. Instrumental-aplicative:

- modelarea unor procese fizice;
- demonstrarea esenței fizice a soluțiilor problemelor cu ecuații în derivate parțiale;
- compararea modelelor matematice ale fenomenelor fizice;
- aplicarea metodelor teoriei ecuațiilor diferențiale ordinare la rezolvarea problemelor;
- aplicarea metodei caracteristicilor pentru aflarea soluției generale a unei EDDP;
- aplicarea formulei lui D'Alembert pentru soluția problemei lui Cauchy pentru coarda infinită;
- aplicarea metodei lui Fourier pentru rezolvarea problemelor la limită;
- identificarea problemele de cercetare care pot fi soluționate cu ajutorul metodelor acestui curs;
- transferul cunoștințelor teoretice dobândite în cadrul studierii cursului în diverse domenii ale activității profesionale;
- propunerea procedeeelor, metodelor, tehnicilor aplicate în EDP pentru rezolvarea adecvată a unor probleme din alte domenii;
- elaborarea strategiei de evaluare a activității profesionale în contextul aplicării în diverse domenii (inclusiv în cercetare) a rezultatelor, metodelor din EDP.

iv. Atitudinale:

- manifestarea unei atitudini pozitive față de știința matematică;
- dezvoltarea abilităților de a gândi logic;
- incitarea pentru o abordare multidisciplinară a fenomenelor fizice;
- abilitatea de a aprecia diversitatea și complexitatea problemelor cu ecuații în derivate parțiale;
- valorificarea optimă și creativă a propriului potențial în activitățile științifice;
- promovarea unui sistem de valori culturale, morale și etice.

1) Cunoștințele și deprinderile prealabile necesare studentului pentru a începe studiul unității de curs:

a) Cunoștințe:

- noțiuni fundamentale din cursul de analiză matematică (funcții diferențiabile, proprietățile lor de bază, serii numerice și serii funcționale, funcții de mai multe variabile, derivate parțiale, derivate parțiale de ordin superior, integrale multiple, integrala curbilinie, integrala de suprafață, elemente de analiză vectorială);
- noțiuni fundamentale din cursul de algebră superioară (sisteme de ecuații, matrice, determinanți);
- noțiuni din cursul de geometrie analitică (ecuațiile liniilor și suprafețelor de ordinul 2, diferite sisteme de coordonate, formule de trecere);

- noțiuni din cursul de ecuații diferențiale (tipurile principale de ecuații diferențiale ordinare și metodele de integrare a lor, ecuații diferențiale liniare de ordin superior cu coeficienți constanți și metodica de rezolvare a lor);
- noțiuni din cursul de analiză complexă (funcții analitice, dezvoltarea lor în serie Taylor);
- noțiuni din cursul de fizică generală.

b) Deprinderi:

- calculul derivatelor parțiale de ordinul întâi și de ordin superior al funcțiilor de mai multe variabile, calculul limitelor funcțiilor și ale șirurilor de funcții, calculul integralelor definite, duble triple, curbilinii, de suprafață, dezvoltarea funcțiilor în serie Fourier;
- calculul determinanților, rezolvarea sistemelor de ecuații liniare prin diferite metode;
- alegerea unui sistem de coordonate convenabil și trecerea de la un sistem de coordonate la altul;
- rezolvarea ecuațiilor diferențiale ordinare de diferite tipuri.

m) Literatura de referință pe care studentul ar putea să o consulte din timp:

1. Barbu V., *Ecuatii Diferentiale*, Univ. Alex. I. Cuza, Iasi, 1980.
2. Haimovici A., *Ecuatiile Fizicii Matematice*, EDP, Bucuresti, 1974.
3. Halanay A., *Ecuatii Diferentiale*, EDP, Bucuresti, 1972.
4. Rus I.A., Pavel P., *Ecuatii Diferentiale*, EDP, Bucuresti, 1982;
5. Бермант А.Ф., Араманович И.Г., *Краткий курс математического анализа*, «Наука», 1967
6. Смирнов В. И., *Курс высшей математики*, т. II, «Наука», 1967.

II. *Conținutul cursului Ecuații cu derivate parțiale.*

a) Conținuturi corespunzătoare domeniului specialității.

Clasificarea ecuațiilor în derivate parțiale. Deducerea unor ecuații fundamentale ale fizicii matematice. Problema lui Cauchy. Teorema lui Kovalevski. Ecuația undelor, formula lui Poisson. Metoda lui Fourier de rezolvare a problemelor fizicii matematice. Problemele la limită pentru ecuația conductibilității termice. Funcții armonice, proprietățile de bază ale lor. Problemele la limită pentru ecuația lui Laplace.

b) Conținutul de bază al cursului, repartizarea orelor pe teme de studiu, cu divizarea acestora pentru prelegeri, seminare, studiu individual.

Tabelul 1. Repartizarea orelor pe teme de studiu, cu divizarea acestora pentru prelegeri, seminare, studiu individual

Nr. d/r	Teme de studiu	Numărul de ore		
		P	S	I
	Modulul I. Introducere			
1.	Descrierea cursului. Notății și terminologie	2		
2.	Ecuatii cu derivate parțiale	2		1
	Modulul II. Clasificarea ecuațiilor cu derivate parțiale de ordinul doi			
3.	Tipurile ecuațiilor diferențiale cu derivate parțiale quasilineare de ordinul doi	1		
4.	Ecuatii diferențiale cu derivate parțiale quasilineare de ordinul doi cu două variabile independente	1		
5.	Curbe caracteristice	2		1
6.	Formele canonice ale ecuațiilor quasilineare de ordinul doi cu două variabile independente. Aducerea ecuațiilor la forma canonică	4	4	
7.	Metoda caracteristicilor de rezolvare a EDDP		4	
8.	Testul de evaluare №1		2	
	Modulul III. Ecuatii diferențiale cu derivate parțiale de tip hiperbolic			
9.	Deducerea ecuației oscilațiilor coardei	2		
10.	Ecuatia coardei vibrante libere. Formula lui D'Alembert	1		
11.	Interpretarea fizică a formulei lui D'Alembert	1	2	1
12.	Ecuatia de tip hiperbolic cu două variabile independente. Formularea problemei lui Cauchy. Exemplu. Formularea problemei lui Goursat. Exemplu	2	6	1
13.	Testul de evaluare №2		2	
	Modulul IV. Metoda Fourier de rezolvare a problemelor pentru coarda mărginită			
14.	Proprietățile funcțiilor periodice. Seria trigonometrică Fourier	1		
15.	Dezvoltarea funcțiilor în serie Fourier	1		1
16.	Problema despre oscilațiile libere ale coardei omogene fixată la capete	2	1	
17.	Problema despre oscilațiile forțate ale coardei omogene fixată la capete	1	2	
18.	Problema despre oscilațiile forțate ale coardei omogene cu capetele mobile	1	3	1
19.	Testul de evaluare №3		2	
	Modulul V. Ecuatii de tip parabolic			
20.	Formularea primei probleme la limită pentru ecuația conductibilității termice. Teorema de maxim și minim	1		
21.	Rezolvarea primei probleme la limită pentru ecuația conductibilității termice	2	2	
22.	Problema lui Cauchy pentru ecuația conductibilității termice	2	2	
23.	Modulul VI. Ecuatii de tip eliptic. Funcții armonice			
24.	Unele formule din analiza vectorială	2		1
25.	Ecuatia lui Laplace. Soluția fundamentală a ecuației lui Laplace	1		
26.	Exprimarea valorii funcției în formă integrală	1		
27.	Proprietățile de bază ale funcțiilor armonice	2		
28.	Problemele la limită de bază pentru ecuația lui Laplace $\Delta u = 0$	1	2	
	Testul de evaluare №4		2	
	TOTAL	36	36	7

Studiu individual pretins studentului			
1. Studiul notițelor de curs	10	7. Pregătire pentru testele de evaluare	8
2. Studiul după manual, suport de curs	4	8. Studiu de caz, aplicații practice	0
3. Studiul bibliografiei minimale indicate	0	9. Consultații	4
4. Documentare suplimentară în bibliotecă (a se vedea Tabelul 1)	7	10. Documentare pe INTERNET	0
5. Activitate specifică de pregătire seminar/laborat.	10	11. Alte activități	0
6. Realizare teme, referate, traduceri etc.	0	12. Examinare finală	5
TOTAL ore de studiu individual (pe semestru) = 48			

c) Bibliografia recomandată necesară pentru însușirea unității de curs:

Bibliografia obligatorie:

1. Haimovici A., *Ecuatiile fizicii matematice și elemente de calcul variațional*, Ed.didactică și pedagogică, București, 1966
2. Tihonov A.N., Samarski A.A., *Ecuatiile fizicii matematice*, Ed. Tehnică, București, 1956
3. Михайлов В. П., *Дифференциальные уравнения в частных производных*, уч. пособие, М., Наука, 1983, 424с.
4. *Сборник задач по уравнениям математической физики*, под ред. В.С.Владимирова, М., «Высшая школа», 1982.
5. Смирнов М. М., *Задачи по уравнениям математической физики*, М., 1968.
6. Смирнов М. М., *Дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка*, Минск, 1974.

Bibliografia opțională:

7. Enachi V., *Metodele fizicii matematice*, Practicum, Partea I. Calcul variațional. Funcții speciale, Chișinău, USM, 1984
8. Будак Б.М., Самарский А.А., *Сборник задач по математической физике*, М., «Наука», 1972.
9. Владимиров В. С., *Уравнения математической физики*, уч. пособие, М., Наука, 1981, 512с.
10. Очан Ю.С., *Сборник задач по математической физике*, М., Наука, 1973.
11. Петровский И. Г., *Лекции об уравнениях с частными производными*, учебник, М., из-во Моск. Ун-та, 1984, 390с.
12. Соболев С. Л., *Уравнения математической физики*, уч. пособие, М., Наука, 1966, 444с.

d) Metodele de predare și învățare utilizate:

Prelegerea interactivă, metoda modelării, demonstrația, conversația euristică, dezbatere. Exemplificarea metodelor expuse și a noțiunilor introduse, problematizarea. Rezolvarea unor probleme, lansarea problemelor pentru munca individuală. Propunerea unor teme ca aplicații ale rezultatelor teoretice expuse și prezentarea lor la seminar. Răspunsuri directe la întrebările studenților.

e) Sugestii pentru activitatea individuală:

Activitatea individuală este o componentă obligatorie a activității de instruire. În cadrul studierii acestui curs, studenților li se propun o serie de teme și probleme care urmează a fi studiate și soluționate independent. Însărcinările pentru lucrul individual sunt lansate în cadrul prelegerilor. Frecvența la seminar, participarea activă la discuțiile lansate, stăpânirea tehnicilor și metodelor specifice teoriei ecuațiilor cu derivate parțiale la un nivel satisfăcător îi va garanta studentului posibilitatea de a realiza sarcinile propuse.

Lucrul asupra sarcinilor individuale va fi ghidat de către titularul de curs, care va acorda săptămânal consultații. De asemenea, studenții au posibilitatea de a adresa întrebările titularului de curs via email la adresa: natalia.gasitoi@gmail.com

f) Metode de evaluare:

Pe parcursul studierii unității de curs Ecuații cu derivate parțiale, studentul este obligat să susțină 4 teste de evaluare sumativă (a se vedea Tabelul 1). În cazul în care studentul lipsește motivat la una din testări, după reîncadrarea lui în procesul de studii, timp de o săptămână, urmează a fi programată și ulterior realizată testarea suplimentară.

O dată la trei săptămâni, studentul prezintă la control lucrul independent asupra sarcinilor propuse la orele de curs. La finele studierii unității de curs, lucrul independent este notat.

Din cele 5 note acordate studentului se calculează nota medie (media aritmetică). Dacă studentul are mai puține note (în cazul lipsei la o testare sumativă și nerealizarea ulterioară a testării), suma notelor obținute pe parcursul semestrului se va diviza la 5, indiferent de numărul de note.

Evaluarea finală se realizează sub forma unui examen scris. Durata examenului este de 3 ore academice.

Nota finală se calculează conform formulei:

$$\text{Nota finală} = 0,6 \times \text{nota medie} + 0,4 \times \text{nota de la examen.}$$

g) Limba de predare

Limba de predare a unității de curs: română/rusă.

Anexa 1. Model de test de evaluare finală

Universitatea de Stat "Alecu Russo" din Bălți

APROB

Șef catedră _____
„_____” _____ 20__

TEST de evaluare finală

Disciplina Ecuatii cu derivate parțiale

Examinator Natalia Gașitoi

Numele, prenumele

studentului _____ Gr. _____, Facultatea TFMI

Itemul	1	2	3	4	5	6	7	Total
Punctaj	10	10	12	8	18	12	14	84
Punct.ac								

- Definiți noțiunile de ecuație diferențială quasilineară de ordinul II cu două variabile independente și soluție a ecuației. Clasificați ecuațiile de acest tip.
- Deduceți forma canonică a ecuației de tip parabolic.
- Formulați problema despre oscilațiile libere ale coardei omogene fixată la capete și rezolvați această problemă.
- Explicați metoda lui Fourier de rezolvare a problemelor la limită pentru ecuația conductibilității termice de tip parabolic.
- Soluționați problema lui Cauchy:

$$\begin{cases} 2u_{xx} + 6u_{xy} - 8u_{yy} + 3u_x + 3u_y = 0 \\ u|_{y=0} = x^2 + 1 \\ u_y|_{y=0} = 2x + 3. \end{cases}$$

- Aflați legea de oscilație a coardei omogene de lungime l , care ocupă segmentul $[0, l]$ și în momentul inițial de timp coarda are forma curbei

$$u = \frac{x(l-x)}{8l},$$

iar apoi i se dă drumul fără a i se comunica viteză inițială. Coarda este fixată la capete. Forțele exterioare lipsesc.

- Soluționați problema:

$$\begin{cases} u_t = a^2 u_{xx} \\ u|_{t=0} = x^2 - 1 \\ u_x|_{x=0} = 0 \\ u|_{x=1} = 0. \end{cases}$$