MinisterulEduca¸tieialRepubliciiMoldova
UniversitateadeStat „AlecuRusso”dinB˘al¸ti
Facultateade¸Stiin¸teReale,Economice¸sialeMediului
CatedradeMatematic˘a¸siInformatic˘a

Curriculumpentruunitateadecurs

Analizamatematic˘aI

Studiicufrecven¸t˘alazi

B˘al¸ti,2014

Curriculum-ullaunitateadecurs *Analizamatematic˘aI* afostdiscutatla¸sedin¸taCatedrei deMatematic˘a¸siInformatic˘a,Procesul–verbalnr.12din30.05.14

¸SefulCatedrei _____ conf.univ.,dr.,EugeniuPlohotniuc

Curriculum-ullaunitateadecurs *Analizamatematic˘aI* afostaprobatla¸sedin¸taConsiliului Facult˘a¸tiide¸Stiin¸teReale,Economice¸sialeMediului,Procesul–verbalnr.9din19.06.14

DecanulFacult˘a¸tii_____ prof.univ.,dr.hab.,PavelTopal˘a

© *NataliaGa¸si¸toi,USARB,2014*

Informaţii de identificare a cursului

Facultatea: Facultatea de Ştiinţe Reale, Economice şi ale Mediului
Catedra: Matematică şi Informatică
Domeniul general de studiu: 14 Ştiinţe ale Educaţiei
Domeniul de formare profesională: 141 Educaţie şi formarea profesorilor
Denumirea specializării: 141.01 Matematică şi 141.02 Informatică, ciclul I, studii superioare de licenţă
Denumirea disciplinei: *Analiza matematică I*
Administrarea unităţii de curs:

Codul unităţii de curs	Credite ECTS	Total ore	Repartizarea orelor				Forma de evaluare	Limba de predare
			Prel.	Sem.	Lab.	S. ind.		
F.01.O.001	6	180	60	45	–	75	Examen	română/ rusă/ engleză

Anul de studiu şi semestrul în care se studiază disciplina: anul I, semestrul I
Regimul disciplinei (obligatorie/opţională/la liberă alegere): obligatorie
Categoria formativă: unitate de curs fundamentală.

Informaţii referitoare la cadrul didactic

Titularul cursului – Natalia Gaşiţoi, dr. în matematică, lector superior la catedra de matematică şi informatică, a absolvit Universitatea de Stat „Alecu Russo" din Bălţi, specializarea „Matematică şi Informatică." A susţinut teza de doctor la Institutul de Matematică „Simion Stoilow" al Academiei Române.

Biroul: aula 208.

Telefon: 0 231 52 337

E-mail: natalia.gasitoi@gmail.com

Orele de consultaţii: joi, $14^{10} - 15^{30}$. Consultaţiile se oferă atât în regim „faţă - în - faţă", cât şi prin utilizarea poştei electronice sau Skype. Numele în Skype: n.gasitoi

Integrarea cursului în programul de studiu

Cursul de Analiză Matematică I se predă în semestrul I şi este o unitate de curs fundamentală pentru specializarea „Matematică şi Informatică”. Studiul elementelor de analiză matematică continuă în cadrul unităţilor de curs F.02.O.012 Analiza matematică II şi S1.03.O.023 Analiza matematică III. Acest curs serveşte drept fundament şi pentru unităţile de curs: S1.04.O.033 Ecuaţii diferenţiale, S1.04.O.034 Analiza complexă, S1.06.O.056 Geometria diferenţială şi topologia, S1.06.A.059 Aplicaţii ale calculului diferenţial, S1.06.A.060 Aplicaţii ale calculului integral, M.07.A.068 Teoria măsurii şi integrala Lebesgue, M.07.A.069 Elemente de analiză funcţională, M.07.A.070 Ecuaţii cu derivate parţiale, M.07.A.071 Ecuaţiile fizicii matematice.

Conform Curriculum-ului naţional la matematică pentru clasele a X-a – a XII-a, elementele de analiză matematică şi anume noţiunile de limită a şirului numeric, limita funcţiei, funcţii continue de o variabilă reală, derivata funcţiei de o variabilă reală se studiază în regim obligatoriu atât în clasele cu profil real cât şi în cele cu profil umanistic. Tematica acestei unităţi de curs: şiruri numerice, limita funcţiei de o variabilă reală, funcţii continue, funcţii derivabile de o variabilă reală este inclusă în toate programele de studii cu specializare matematică.

Reieşind din interesele viitorului profesor de matematică considerăm că problemele fundamentale abordate în cadrul acestui curs constituie un element absolut necesar al culturii matematice, o parte indispensabilă a pregătirii profesorilor de matematică.

Competenţe prealabile

i) *Competenţe cognitive:*

- de explicare a conceptelor de bază ale cursului liceal de matematică: noţiune de mulţime, noţiune de funcţie, noţiune de ecuaţie, inecuaţie, sisteme şi totalităţi ale lor;
- de descriere a proprietăţilor funcţiilor elementare;
- de descriere a metodelor de rezolvare a ecuaţiilor, inecuaţiilor, sistemelor şi totalităţilor lor.

ii) *Competenţe de aplicare:*

- de reprezentare a mulţimilor şi operaţiilor cu mulţimi prin diagrame Venn-Euler;
- de reprezentare grafică a funcţiilor elementare;
- de rezolvare a ecuaţiilor şi inecuaţiilor liniare, pătratice, iraţionale, exponenţiale, logaritmice, trigonometrice;
- de rezolvare a sistemelor şi totalităţilor de ecuaţii şi inecuaţii.

Competenţe dezvoltate în cadrul cursului

i) *Competenţe cognitive:*

- de explicare, exemplificare şi operare cu conceptele de bază ale analizei matematice: limita şirului numeric, limita şi continuitatea funcţiei de o variabilă reală, derivata funcţiei de o variabilă reală;
- de descriere a proprietăţilor funcţiilor care au limită într-un punct, ale funcţiilor continue pe un segment, funcţiilor derivabile;
- de dezvăluire a rolului derivatelor la studiul funcţiilor.

ii) *Competenţe de aplicare:*

- de studiere a şirurilor de numere reale, a comportării locale ale funcţiilor;
- de ridicare a nedeterminărilor aplicând regulile lui l'Hospital;
- de studiere completă a funcţiilor cu ajutorul derivatelor ei şi de schiţare a graficului;
- de argumentare a metodelor de rezolvare a problemelor referitoare la diferite compartimente ale disciplinei;
- de propunere a procedeelor, metodelor, tehnicilor aplicate în Analiza matematică I pentru rezolvarea adecvată a unor probleme din alte domenii.

iii) *Competenţe de analiză şi prediţie:*

- de descriere a etapelor de introducere a unui concept nou în analiza matematică;
- de modelare a unor procese reale, de formulare a ipotezelor, de determinare a traseului de rezolvare a problemelor corespunzătoare;
- de determinare a traseului de rezolvare şi de formulare a concluziilor referitoare la problemele ce pot fi soluţionate aplicând calculul diferenţial;
- de apreciere a diversităţii şi complexităţii problemelor aferente disciplinei.

iv) *Competenţe de comunicare:*

- de explicare în limba maternă într-o manieră clară şi precisă, oral şi în scris, a conţinuturilor teoretice de bază ale unităţii de curs Analiza matematică I;
- de descriere a tehnicilor specifice disciplinei.

v) *Competenţe de învăţare:*

- de formulare a obiectivelor cognitive şi de alegere a căilor de atingere a lor, aplicând diverse operaţii mintale aşa ca observaţia, comparaţia, generalizarea, analiza şi sinteza, inducţia şi deducţia, analogia, modelarea etc.

Finalităţile unităţii de curs

La finalizarea studierii unităţii de curs studentul va fi capabil:

1. Să explice şi să exemplifice conţinuturile teoretice, metodele şi tehnicile de bază ale unităţii de curs Analiza matematică I.
2. Să identifice şi să aplice diverse metode de studiere la convergenţă a unui şir numeric.
3. Să identifice şi să aplice diverse metode de calcul a limitelor funcţiilor de o variabilă reală.
4. Să studieze la continuitate funcţii de o variabilă reală şi să clasifice punctele ei de discontinuitate.
5. Să aplice calculul diferenţial la studiul complet al funcţiilor reale de o variabilă reală.
6. Să aplice cunoştinţele din domeniul acestei unităţi de curs la predarea cursului liceal de matematică.

Conţinuturi

Unitatea de curs „Analiza matematică I" este divizată în 5 unităţi de învăţare.

Nr. d/r	**Tema**	**Numărul de ore**		
		C	**S**	**I**
	Unitatea de învăţare I. Introducere			
1.	Obiectul analizei matematice. Mulţimi.	2	1	1
2.	Noţiune generală de aplicaţie (funcţie).	2	2	1
3.	Funcţii elementare, proprietăţile şi graficele lor.			3
4.	Axiomatica mulţimii numerelor reale.	2		2
5.	Mulţimi mărginite şi nemărginite.	2	1	1
	Testul de evaluare nr. 1.	2		4
	Unitatea de învăţare II. Şiruri de numere reale			
6.	Şir numeric. Limita şirului numeric.	3	1	1
7.	Noţiune de subşir. Teorema Bolzano–Weierstrass.	1	1	1
8.	Operaţii cu şiruri convergente.	4	3	3
9.	Şiruri monotone de numere reale. Convergenţa şirurilor monotone.	2	1	2
10.	Şiruri Cauchy. Criteriul lui Cauchy de existenţă a limitei unui şir numeric.	1		1
	Testul de evaluare nr. 2.		2	4

Nr. d/r	Tema	Numărul de ore		
		C	S	I
	Unitatea de învăţare III. Limita şi continuitatea funcţiilor reale de o variabilă reală			
11.	Limita unei funcţii într-un punct.	2	1	1
12.	Proprietăţile funcţiilor care au limită într-un punct.	2	2	1
13.	Funcţii infinit mici. Limita funcţiei compuse.	2	2	2
14.	Calculul limitelor funcţiilor reale de o variabilă reală.	2	4	4
	Testul de evaluare nr. 3.	2		4
15.	Studiul comportării locale a funcţiei de o variabilă reală.	2	1	2
16.	Funcţii continue într-un punct. Clasificarea punctelor de discontinuitate.	2	1	1
17.	Proprietăţile funcţiilor continue pe un segment. Continuitatea uniformă.	2	1	1
18.	Continuitatea unor clase de funcţii.	2	1	1
	Testul de evaluare nr. 4.		2	4
	Unitatea de învăţare IV. Calculul diferenţial al funcţiilor reale de o variabilă reală			
19.	Derivata unei funcţii într-un punct.	3	1	2
20.	Funcţii diferenţiabile. Diferenţiala funcţiei de o variabilă reală.	2	2	2
21.	Sensul geometric şi fizic al derivatei şi diferenţialei funcţiei.	1	1	1
22.	Derivata funcţiei inverse.	1	1	1
23.	Derivata şi diferenţiala funcţiei compuse.	2	1	2
24.	Derivate şi diferenţiale de ordin superior.	2	1	1
	Testul de evaluare nr. 5.		2	4
	Unitatea de învăţare V. Teoremele de bază ale calculului diferenţial al funcţiilor de o variabilă reală			
25.	Teoremele fundamentale ale calculului diferenţial: teoremele lui Fermat, Rolle, Lagrange, Cauchy.	2	1	2
26.	Ridicarea nedeterminărilor (regulile lui l'Hospital).	2	2	2
27.	Formula lui Taylor.	2	1	1
28.	Rolul derivatei de ordinul I în studiul funcţiilor.	2	1	1
29.	Rolul derivatei de ordinul II în studiul funcţiilor. Asimptote.	2	2	2
	Testul de evaluare nr. 6.		2	4
	Testul de evaluare finală			5
	TOTAL	**60**	**45**	**75**

Activităţi de lucru individual

Activitatea individuală este o componentă obligatorie a activităţii de instruire. În cadrul studierii acestui curs, studenţilor li se vor propune o serie de teme şi probleme care urmează a fi studiate şi soluţionate independent. Însărcinările pentru lucrul individual sunt lansate în cadrul prelegerilor.

Studentul trebuie să rezolve într-un caiet problemele propuse, precum şi problemele din manualul de Matematică pentru clasa a XI-a aferente temelor studiate. Rezolvările trebuie să fie detaliate, însoţite de explicaţiile de rigoare. Este binevenită rezolvarea exemplelor şi din alte surse, selectate de student. Se va aprecia utilizarea resurselor scrise în limbi străine.

Se recomandă de a prezenta regulat pe parcursul semestrului caietul pentru verificare. Nota pentru lucrul efectuat se va da la sfârşitul semestrului.

Evaluare

Cunoştinţele, capacităţile şi competenţele studenţilor vor fi evaluate pe parcursul semestrului. Sunt planificate 6 teste de evaluare curentă. În cazul în care studentul lipseşte motivat la una din testări, după reîncadrarea lui în procesul de studii, timp de o săptămână, urmează a fi programată şi ulterior realizată testarea suplimentară.

Evaluarea finală are loc sub forma unui examen scris. Durata examenului este de 2 ore şi 15 minute.

Nota finală la unitatea de curs „Analiza matematică I" se calculează conform formulei:

$$N_f = 0.6 \times n_m + 0.4 \times n_e,$$

unde N_f este nota finală, n_m este nota medie, calculată cu precizia de până la sutimi şi reprezintă media aritmetică a notelor pentru testele curente şi pentru sarcinile de lucru independent, n_e nota de la examen.

Model de test de evaluare finală

1. **a)** Definiţi noţiunea de limită a unui şir de numere reale în termenii „$\varepsilon - N(\varepsilon)$" şi cu ajutorul vecinătăţilor. | 4 | |

   b) Explicaţi semnificaţia termenilor ε şi $N(\varepsilon)$ în definiţia limitei şirului numeric. | 2 | |

   c) Demonstraţi că $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2-3n}{9n-4} = -\dfrac{1}{3}$. | 4 | |

   d) Aflaţi numărul termenilor şirului dat, care rămân în exteriorul ε-vecinătăţii punctului $a = -\dfrac{1}{3}$ pentru $\varepsilon = 0.001$. | 1 | |

2. **a)** Definiţi noţiunea de şir numeric mărginit. | 1 | |

b) Aduceţi un exemplu de şir numeric mărginit şi şir numeric nemărginit. | 1 | |

c) Definiţi noţiunea de şir infinit mare. | 1 | |

d) Explicaţi legătura dintre clasa şirurilor infinit mari şi clasa şirurilor nemărginite. Argumentaţi răspunsul. | 2 | |

3. **a)** Demonstraţi că un şir numeric monoton descrescător şi mărginit inferior converge la marginea inferioară a sa. | 5 | |

b) Calculaţi $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{3n^2+n-1}{4n^2-3n+2}\right)^{2n+3}$. | 2 | |

c) Calculaţi $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{4n^2+n-1}{4n^2-3n+2}\right)^{2n+3}$. | 4 | |

d) Calculaţi $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{8n^2+n-1}{4n^2-3n+2}\right)^{2n+3}$. | 2 | |

4. **a)** Definiţi noţiunea de limită a unei funcţii într-un punct în sensul lui Heine. | 2 | |

b) Definiţi noţiunea de limită a unei funcţii într-un punct în sensul lui Cauchy. | 2 | |

c) Definiţi noţiunea de limită a unei funcţii într-un punct cu ajutorul vecinătăţilor. | 2 | |

d) Demonstraţi în baza oricărei din aceste definiţii, că $\lim\limits_{x\to 3}(2x+5)=11$. | 4 | |

5. Formulaţi proprietăţile funcţiilor de o variabilă reală continue pe un segment. | 6 | |

6. Aplicând transformări elementare, calculaţi limita $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{3x+4}-4}{7-\sqrt{12x+1}}$. | 5 | |

7. Aplicând limitele remarcabile, calculaţi limita $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2^{\operatorname{tg}3x}-1}{\ln(1+\sin 5x)}$. | 5 | |

8. **a)** Definiţi noţiunea de derivată a unei funcţii de o variabilă reală într-un punct. | 2 | |

b) Definiţi noţiunea de funcţie de variabilă reală diferenţiabilă într-un punct. | 2 | |

c) Demonstraţi că o funcţie de o variabilă reală este diferenţiabilă într-un punct dacă şi numai dacă ea este derivabilă în acest punct. | 6 | |

9. Cu ajutorul diferenţialei calculaţi valoarea aproximativă a expresiei $\sqrt{(2.01)^3+1}$. | 5 | |

10. Formulaţi şi demonstraţi teorema lui Lagrange. | 7 | |

11. Aflaţi y'_x pentru funcţia $y=y(x)$, definită parametric de ecuaţiile

$$x(t)=\ln\sin\frac{t}{2},\ y(t)=\ln\sin t,\ 0<t<\pi.$$

| 6 | |

12.Studia¸tifunc¸tia $f(x) = \dfrac{x^2}{x+2}$ cuajutorulderivatelordeordinulI¸siII¸sischi¸ta¸tigraficul ei.

15	

Principiidelucruˆıncadruldisciplinei

1.Fiecareor˘adecursvaˆıncepecuunscurtrezumat(ˆınscristimpde5minute)altemei studiatelacursulprecedent.

2.Estesalutat˘apozi¸tiaactiv˘aastudentului,carestudiaz˘aindependentnoicon¸tinuturice ¸tindecurs,carepropunepentrudiscu¸tieproblemeselectatedinliteraturadespecialitate, formuleaz˘aˆıntreb˘ariˆıncadrulorelordecurs¸siaorelorpractice.

3.Nuestesalutat˘aˆıntˆarzierealaore.

4. Încadruldisciplineioaten¸tiesporit˘avafioferit˘arespect˘ariiprincipiiloretice.Prezentarea unorsolu¸tiiasarcinilor,preluatedelacolegisaudinaltesurse,preluareainforma¸tiilordin diversesurse,f˘ar˘aafacetrimiterelasurs˘a,vaficonsiderat˘aplagiat¸sivafisanc¸tionat˘a prinnotede „1”.

Resurseleinforma¸tionaleladisciplin˘a

1.Ga¸si¸toiN., *Cursdelec¸tiilaAnalizamatematic˘aI* ,B˘al¸ti,2011.

2.Кудрявцев,Л.Д., *Математическийанализ* ,т.1,Москва:Высшаяшкола,1970.

3.Fihtengol¸t,G.M., *Cursdecalculdiferen¸tial¸siintegral* ,v.1,Ed.Tehnic˘a,Bucure¸sti,1963.

4.Зорич,В.А., *Математическийанализ* ,ч.1,Москва:ФАЗИС,1997.

5.Bivol,L.,Bulat,M.,Lec¸tiilaanalizamatematic˘a,v.1,Chi¸sin˘au:EVRICA,2002.

6.Штернтал,А.Ф., *Ынтродучереынстудиуланализейматематиче* ,Кишинэу:Лумина,1966.

7.Ильин,В.А.,Позняк,Э.Г. *Основыматематическогоанализа* ;т.1,Москва:Наука, 1980.

8.Демидович,Б.П., *Сборникзадачиупражненийпоматематичкскомуанализу* . Москва:Наука,1979.

9.Берман,Г.Н., *Кулежередепроблемелаанализаматематикэ.* Кишинэу:Лумина, 1968.

10.Давыдов,Н.А., *Сборникзадачпоматематическомуанализу.* Москва:Просвещение, 1973.

11.Кузнецов,Л.А., *Сборникзаданийповысшейматематике.* Москва:Высшаяшкола, 1994.

12.Запорожец,Г.И., *Руководствокрешениюзадачпоматематическомуанализу.* Москва:Высшаяшкола,1966.

13.TrenchW.F., *Introductiontorealanalysis* .Accesliberlaadresaweb: http://ramanujan.math.trinity.edu/wtrench/texts/TRENCH_REAL_ANALYSIS.PDF

14.KrantzS., *Calculusdemystified,* McGRAW-HILL,2003.